2) *для любого* $t \in \mathbb{R}$ *было справедливо равенство* $A(t)\int_t^{-t} f(s)\,ds = 0$.
При этом отражающей функцией этих систем является функция

$$F(t,x) = x + \int\limits_t^{-t} f(s)\,ds. \tag{2}$$

Следствие. *Пусть функция* $A(t)$ *имеет период* ω_1, *а функция* $f(t)$ *— период* ω_2, *причем числа* ω_1 *и* ω_2 *— несоизмеримы. Для того чтобы система* (1) *имела* ω_2*-периодическую по* t *отражающую функцию* (2) *достаточно, чтобы выполнялись следующие условия:*
1) *функция* $A(t)$ *была нечетной;*
2) $A(t)\int_t^{-t} f(s)\,ds \equiv 0$;
3) $\int_0^{\omega_2} f(s)\,ds = 0$.

В качестве примера рассмотрим квазипериодическую систему с двухчастотным базисом

$$\dot{x} = 3x\sin t - y\sin t + \sqrt{3}\cos\sqrt{3}t, \quad \dot{y} = 9x\sin t - 3y\sin t + 3\sqrt{3}\cos\sqrt{3}t.$$

Эта система эквивалентна $2\pi/\sqrt{3}$-периодической системе

$$\dot{x} = \sqrt{3}\cos\sqrt{3}t, \quad \dot{y} = 3\sqrt{3}\cos\sqrt{3}t.$$

Отражающая функция этих систем имеет вид

$$F(t,x,y) = (x - 2\sin\sqrt{3}t,\ y - 6\sin\sqrt{3}t)^\top$$

и является $2\pi/\sqrt{3}$-периодической по t.

Литература

1. Мироненко В. И. *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем* Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004. 196 с.

2. Mironenko V. I., Mironenko V. V. *How to construct equivalent differential systems* // Applied Mathematic Letters. 2009. Vol. 22. P. 1356–1359.

О ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЯ АБЕЛЯ

В.А. Бельский

Гомельский инженерный институт МЧС Республики Беларусь, Гомель, Беларусь
vadzimbelsky@rambler.ru

В работе В. И. Мироненко [1], значительная часть которой посвящена теории отражающей функции, содержится ряд результатов, позволяющих в некоторых случаях давать ответ на вопрос о существовании периодических решений у изучаемой дифференциальной системы. Один из таких результатов [1, с. 130] мы применяем [2] для исследования уравнения Абеля. Другие результаты автора, относящиеся к уравнению Абеля и полученные с применением теории отражающей функции см. в [3, с. 44–79; 4].

Теорема. *Пусть для уравнения Абеля*

$$\dot{x} = a_0(t) + a_1(t)x + a_2(t)x^2 + a_3(t)x^3 \tag{1}$$

с непрерывно дифференцируемыми 2ω*-периодическими коэффициентами выполянется неравенство* $a_{3e}(t) < 0$ *при* $t \in [0,\omega]$, *где* $a_{3e}(t) \equiv (a_3(t) + a_3(-t))/2$ *— четная часть функции* $a_3(t)$. *Тогда уравнение* (1) *имеет хотя бы одно* 2ω*-периодическое решение.*

Литература

1. Мироненко В. И. *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем.* Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004. 196 с.
2. Бельский В. А. *Полиномиальные дифференциальные уравнения с одинаковыми отражающими функциями* // Изв. Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. 2015. № 3 (90). С. 93–98.
3. Бельский В. А. *Полиномиальные дифференциальные уравнения и системы с одинаковыми отражающими функциями.* Гомель : ГГТУ им П.О. Сухого, 2014. 176 с.
4. Бельский В. А., Мироненко В. И. *О полиномиальных возмущениях уравнения Абеля, не изменяющих отражающей функции* // Проблемы физики, математики и техники. 2011. № 4(9). С. 79–85.

ОДНОРОДНОЕ УРАВНЕНИЯ ПФАФФА

Н.Д. Василевич

Белорусский государственный аграрный технический университет, Минск, Беларусь
vasilevichnd@gmail.com

Пусть K_m — множество всех однородных полиномов степени m от n переменных над полем комплексных чисел $\mathbb{C}$, $n \geqslant 3$, $\overline{\Omega}_m(\mathbb{C}^n)$ — множество всех невырожденных дифференциальных 1-форм ω на $\mathbb{C}^n$ вида

$$\omega(x) = \omega_1(x)\,dx_1 + \ldots + \omega_n(x)\,dx_n, \tag{1}$$

где $\omega_j(x) \in K_m$, $j = \overline{1,n}$.

Форма (1) называется невырожденной, если полиномы $\omega_j(x)$ не имеют общего множителя $p(x) \in K_l$ при $0 < l \leqslant m$.

Точка $x \in \mathbb{C}^n$ называется неособой, если $\omega_j(x) \neq 0$ хотя бы для одного индекса $j = \overline{1,n}$.

По теореме Фробениуса дифференциальная 1-форма (1) вполне интегрируема тогда и только тогда, когда

$$\omega \wedge d\omega = 0, \tag{2}$$

где $\wedge$ — оператор внешнего дифференцирования.

Множество всех вполне интегрируемых дифференциальных 1-форм из $\overline{\Omega}_m(\mathbb{C}^n)$ обозначим $\Omega_m(\mathbb{C}^n)$. Дифференциальной форме $\omega \in \Omega_m(\mathbb{C}^n)$ соответствует вполне интегрируемое дифференциальное уравнение Пфаффа

$$\omega(x) = 0, \tag{3}$$

и векторное поле V_ω на $\mathbb{C}^n$, которое задается формулой $V_\omega(x) = (\omega_1(x), \ldots, \omega_n(x))$.

Заметим, что условие полной интегрируемости (2) геометрически означает следующее: через каждую неособую точку формы ω проходит комплексно-аналитическое многообразие коразмерности 1, которое всюду ортогонально к комплексным интегральным кривым обыкновенного дифференциального уравнения

$$\frac{dx}{dt} = V_\omega(x)$$

и которое называется интегральной поверхностью уравнения.

Теорема [1, с. 41; 2]. *Для того чтобы уравнение* (3) *с* 1*-формой* $\omega \in \overline{\Omega}_m(\mathbb{C}^n)$ *было в полных дифференциалах, необходимо и достаточно выполнение условия* $d\omega = 0$.